

**CALCULS DES RAPPORTS DE
TRANSMISSION DANS LA BOÎTE DE
VITESSES AUTOMATIQUE**

AL4

CALCUL DES RAPPORTS DE TRANSMISSION DE LA BOÎTE VITESSES AUTOMATIQUE AL4

1 POSITION DU PROBLÈME, LIMITES ET SCHÉMATISATION

La figure 1 représente le schéma cinématique de la boîte de vitesses automatique AL4. Le problème est le calcul des rapports de transmission. Les cinq rapports sont obtenus avec deux trains épicycloïdaux cylindriques. Ces différents rapports sont obtenus en bloquant des porte satellites et des planétaires. Ces systèmes d'embrayages à sangles et à multi disques à frottement visqueux ne sont pas l'objet de l'étude.

Les caractéristiques des roues dentées sont les suivantes :

Premier train épicycloïdal

Planétaire P1	$Z_1 = 33$
Satellite S1	$Z_2 = 24$
Couronne C1	$Z_{C1} = 81$

Deuxième train épicycloïdal

Planétaire P2	$Z_3 = 40$
Satellite S2	$Z_4 = 20$
Couronne C2	$Z_{C2} = 80$

2 MÉTHODE DE CALCUL DES RAPPORTS, RAPPELS

Les calculs ne vont pas utiliser la formule de Willis. La méthode utilisera le Centre Instantané de Rotation noté C.I.R.. La figure 2 rappelle les concepts de la cinématique

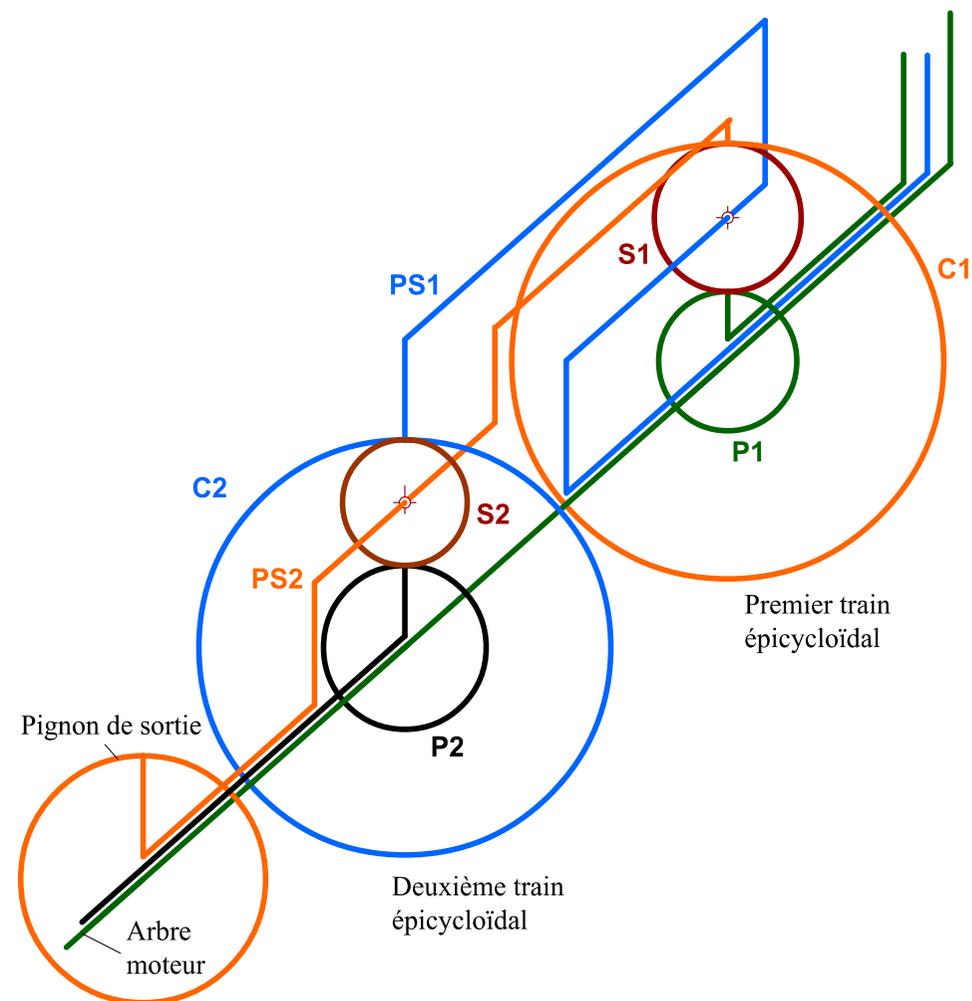


Fig. 1

pour le C.I.R. Le cercle satellite **S1** roule sans glisser sur le cercle planétaire **P1** qui est fixe. La vitesse du point de contact entre **S1** et **P1** est nulle d'où

$$\overrightarrow{V_{A \in S1/P1}} = \vec{0}$$

Si $\overrightarrow{V_{B \in S1/P1}}$ est le vecteur vitesse du point **B** appartenant à **S1** à un instant donné, alors pour le point **C** on a

$$\overrightarrow{V_{C \in S1/P1}} = 2\overrightarrow{V_{B \in S1/P1}}$$

Tous les autres concepts élémentaires de la cinématique sont supposés connus (vitesse linéaire, vitesse angulaire, norme d'un vecteur).

En ce qui concerne les roues dentées, on peut indifféremment utiliser les rayons ou les nombres de dents car ces deux paramètres sont directement proportionnels.

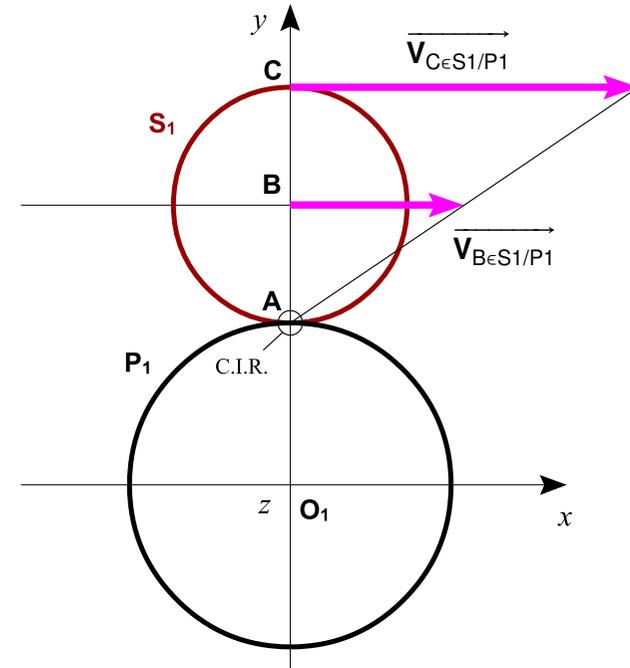


Fig. 2

CALCUL DU RAPPORT DE TRANSMISSION DE LA PREMIÈRE VITESSE

1 MISE EN SITUATION ET BILAN DES VECTEURS VITESSES CONNUS

La figure 1 donne le schéma de la transmission pour la première vitesse. Le pignon moteur en entrée est **P1** avec une vitesse angulaire ω_e . L'arbre de sortie est le porte satellite **PS2** avec une vitesse angulaire ω_s . Le pignon **P2** est fixe, tous les autres sont mobiles.

1-1 Calculs des vitesses dans le deuxième train épicycloïdal

Le point **D** est le centre instantané de rotation (C.I.R.) donc pour le satellite **S2**

$$\vec{V}_{D \in S2/S0} = \vec{0}$$

Le point **E** appartenant à **S2** a pour vitesse linéaire

$$\|\vec{V}_{E \in S2/S0}\| = \omega_s(R_3 + R_4)$$

Mais le point **E** appartient aussi à **PS2** et donc

$$\vec{V}_{E \in PS2/S0} = \vec{V}_{E \in S2/S0}$$

et

$$\|\vec{V}_{E \in PS2/S0}\| = \omega_s(R_3 + R_4)$$

Le point **F** appartient à **S2** et puisque **D** est le C.I.R., on a

$$\|\vec{V}_{F \in S2/S0}\| = 2\omega_s(R_3 + R_4)$$

Mais le point **F** appartient aussi à **PS1** et donc

$$\vec{V}_{F \in PS1/S0} = \vec{V}_{F \in S2/S0}$$

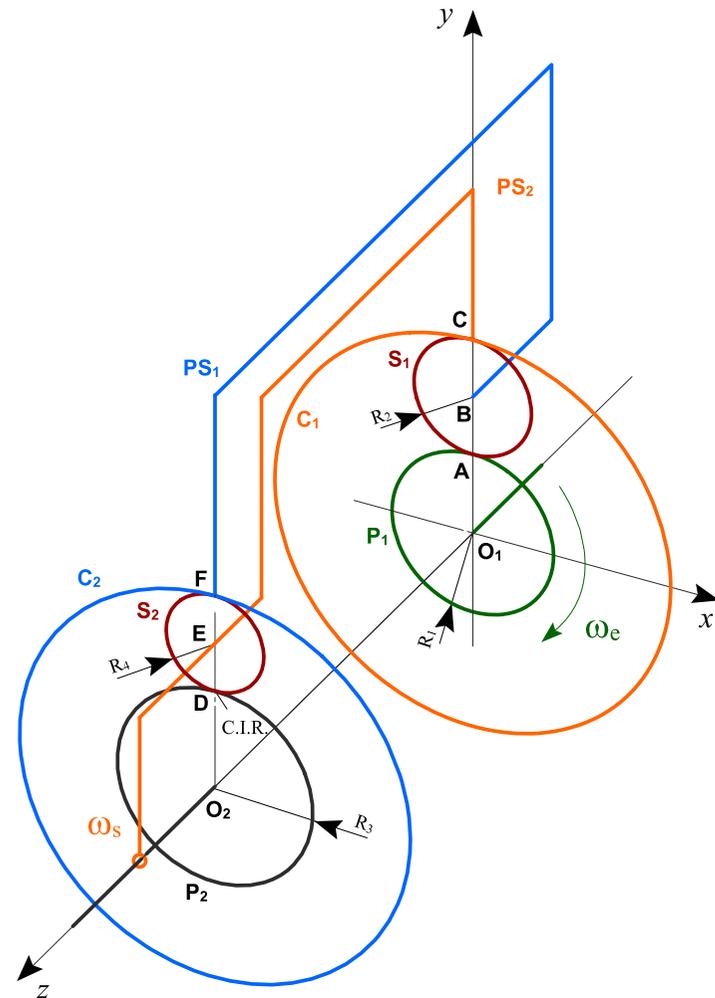


Fig. 1

1-3 Calcul de la vitesse du le point A appartenant au satellite S1

Voir figure 5.

Le point A appartient à PS1, mais aussi à S1, ce qui entraîne

$$\vec{v}_{A \in S1/S0} = \vec{v}_{A \in PS1/S0}$$

Les deux vitesses linéaires connues des points B et C appartenant au satellite S1 par rapport à S0 sont :

$$\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| = 2 \frac{\omega_s (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}{R_3 + 2R_4}$$

$$\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\| = \omega_s (R_1 + 2R_2)$$

car

$$\vec{v}_{B \in S1/S0} = \vec{v}_{B \in PS1/S0}$$

et

$$\vec{v}_{C \in S1/S0} = \vec{v}_{C \in PS1/S0}$$

On obtient la disposition suivante sur la figure 5. Il faut savoir quelle est la vitesse linéaire qui sera la plus grande pour la construction du triangle des vitesses. À partir d'ici il faut faire intervenir les caractéristiques dimensionnelles des roues dentées. On rappelle que ces caractéristiques dimensionnelles sont directement proportionnelles aux nombres de dents de ces roues. En remplaçant les rayons par les nombres de dents respectifs on a

$$\begin{aligned} \frac{\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\|}{\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\|} &= \frac{\omega_s (Z_1 + Z_2)}{2\omega_s \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + R_4)}{(Z_3 + 2Z_4)}} \\ &= \frac{(33 + 48)(40 + 40)}{2(33 + 24)} \\ &= \frac{6480}{6840} < 1 \end{aligned}$$

D'où $\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\| < \|\vec{v}_{B \in S1/S0}\|$

Ceci montre que le C.I.R. du satellite S1 est situé vers le haut sur l'axe O₁y. Le satellite a un mouvement de rotation dans le sens des aiguilles d'une montre. Il est maintenant possible de calculer la vitesse linéaire du point A appartenant à S1 dans son mouvement par rapport à S0. La figure 5 donne la distribution des vecteurs vitesses. En utilisant les propriétés géométriques on a en posant

$$d = \|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| - \|\vec{v}_{C \in S1/S0}\|$$

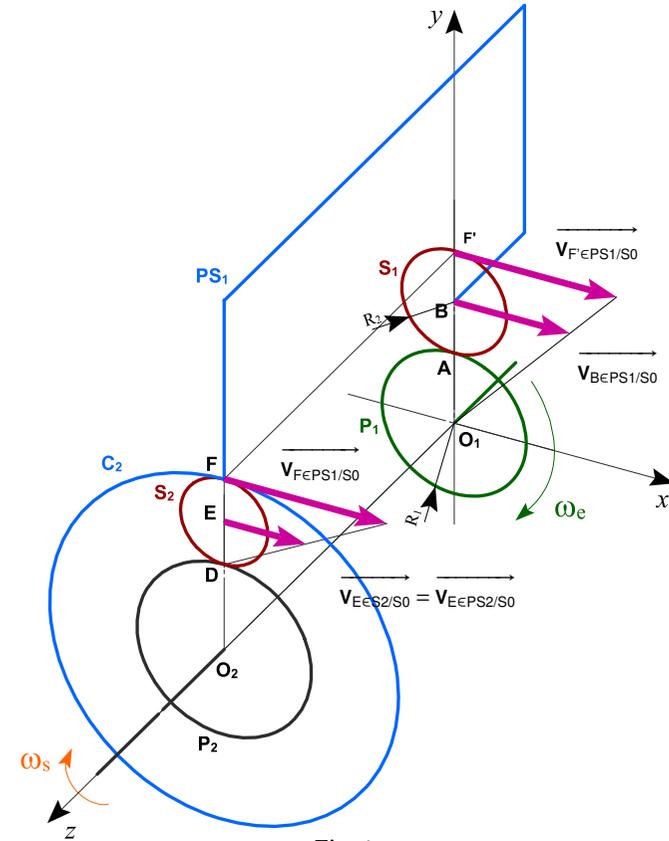


Fig. 4

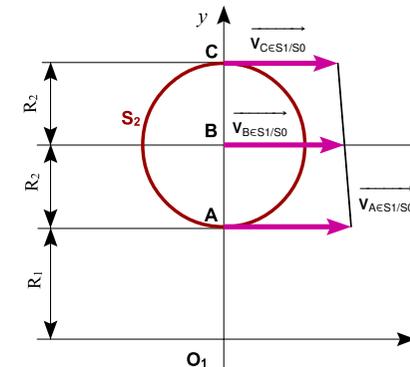


Fig. 5

et sachant que

$$\begin{aligned} \|\vec{V}_{A \in S1/S0}\| &> \|\vec{V}_{B \in S1/S0}\| \\ \|\vec{V}_{A \in S1/S0}\| &= 2 \|\vec{V}_{B \in S1/S0}\| - \|\vec{V}_{C \in S1/S0}\| \\ &= 2 \frac{2\omega_s(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{R_3 + 2R_4} - \omega_s(R_1 + R_2) \\ &= \omega_s \left[\frac{4(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) - (R_1 + 2R_2)(R_3 + 2R_4)}{R_3 + 2R_4} \right] \end{aligned}$$

Mais **A** appartient aussi au planétaire **P1** et donc

$$\begin{aligned} \|\vec{V}_{A \in P1/S0}\| &= \|\vec{V}_{A \in S1/S0}\| \\ &= \omega_e R_1 \end{aligned}$$

Ainsi

$$\omega_e R_1 = \omega_s \left[\frac{4(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) - (R_1 + 2R_2)(R_3 + 2R_4)}{R_3 + 2R_4} \right]$$

1-4 Calcul du rapport de transmission pour la première vitesse

La figure 6 donne les vecteurs vitesses $\vec{V}_{A \in S1/S0}$ en entrée, et $\vec{V}_{E \in PS2/S0}$ en sortie. Le rapport de réduction peut être calculé en sortie avec les normes de ces vecteurs en expression littérale. En notant r_1 ce rapport on a

$$r_1 = \frac{R_3 + 2R_4}{4(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) - (R_1 + 2R_2)(R_3 + 2R_4)}$$

Et avec les nombres de dents

$$r_1 = \frac{Z_3 + 2Z_4}{4(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4) - (Z_1 + 2Z_2)(Z_3 + 2Z_4)}$$

Application numérique

$$Z_1 = 33 \quad Z_2 = 24 \quad Z_3 = 40 \quad Z_4 = 20$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{33(40 + 40)}{4(33 + 24)(40 + 40) - (33 + 48)(40 + 40)} \\ r_1 &= \frac{11}{30} \approx 0,3667 \end{aligned}$$

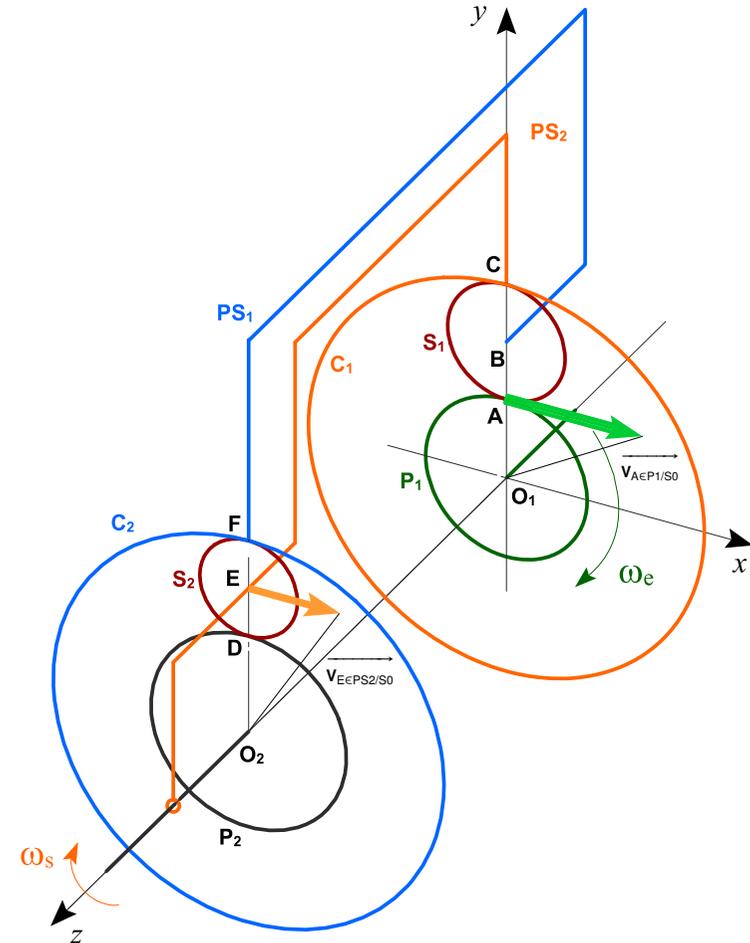


Fig. 6

CALCUL DU RAPPORT DE TRANSMISSION DE LA TROISIÈME VITESSE

1 MISE EN SITUATION ET BILAN DES VECTEURS VITESSES CONNUS

La figure 1 donne le schéma cinématique de la transmission pour la troisième vitesse.

L'arbre moteur en entrée est la planétaire **P1** et le porte satellite **PS1**. Ils ont la même vitesse angulaire ω_e (par les liaisons mécaniques). En conséquence

$$\|\vec{v}_{A \in P1/S0}\| = \omega_e R_1$$

Le point **A** appartenant au satellite **S1** on a

$$\|\vec{v}_{A \in S1/S0}\| = \|\vec{v}_{A \in P1/S0}\|$$

et

$$\|\vec{v}_{A \in S1/S0}\| = \omega_e R_1$$

Ce qui a été fait pour le point **A** va être fait pour le point **B** appartenant à **PS1**. On

a

$$\|\vec{v}_{B \in PS1/S0}\| = \omega_e (R_1 + R_2)$$

et **B** appartenant aussi à **S1** on a

$$\vec{v}_{B \in S1/S0} = \vec{v}_{B \in PS1/S0}$$

$$\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| = \omega_e (R_1 + R_2)$$

Connaissant ces deux vecteurs vitesses des points **A** et **B** pour le satellite **S1**, on obtient la vitesse linéaire du point **C** à partir de la distribution des vecteurs vitesses comme le montre la figure 2. Ce calcul déjà rencontré pour la première vitesse donne

$$\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\| = 2 \|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| - \|\vec{v}_{A \in S1/S0}\|$$

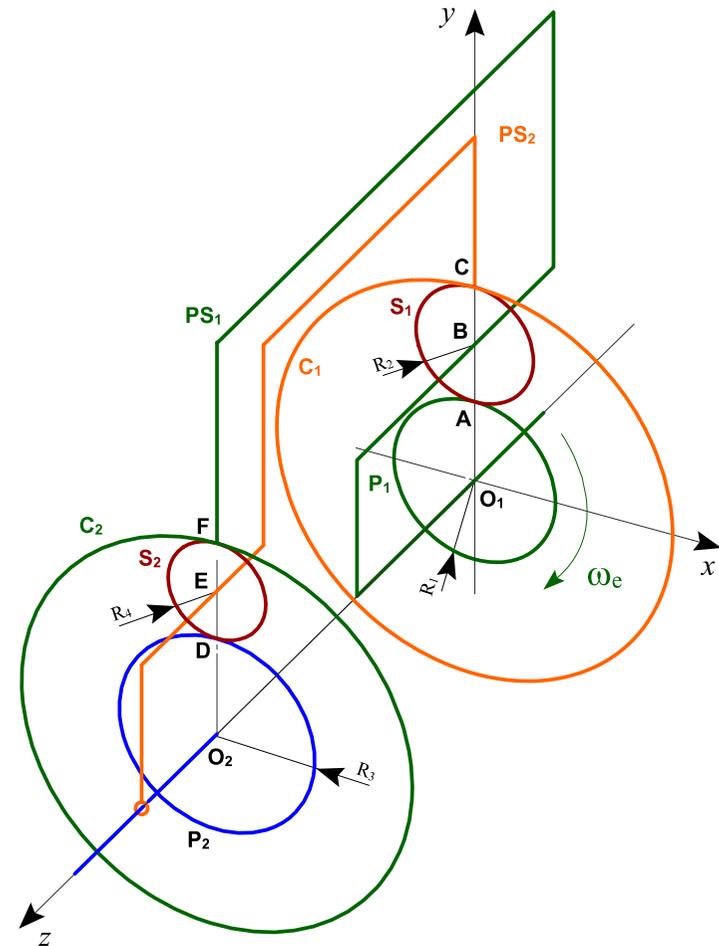


Fig. 1

$$\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\| = 2\omega_e(R_1 + R_2) - \omega_e R_1 \quad (5)$$

$$= \omega_e(R_1 + 2R_2) \quad (6)$$

On peut déjà remarquer ici que le C.I.R. du satellite est le point $O_1 z$ (voir figure 2). En effet, dans le triangle des vitesses

$$\frac{\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\|}{(R_1 + 2R_2)} = \frac{\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\|}{(R_1 + R_2)} = \frac{\|\vec{v}_{A \in S1/S0}\|}{R_1} = \omega_e$$

Le point **C** appartenant à **PS2** on a

$$\vec{v}_{C \in PS2/S0} = \vec{v}_{C \in S1/S0}$$

et

$$\|\vec{v}_{C \in PS2/S0}\| = \omega_e(R_1 + R_2)$$

L'axe de rotation de **PS2** étant $O_1 z$, **PS2** a donc comme vitesse angulaire ω_e . Mais **PS2** est aussi l'arbre de sortie de vitesse angulaire ω_s . Ainsi $\omega_e = \omega_s$ et $r_3 = 1$ ce qui correspond à la prise directe.

Voir figure 3.

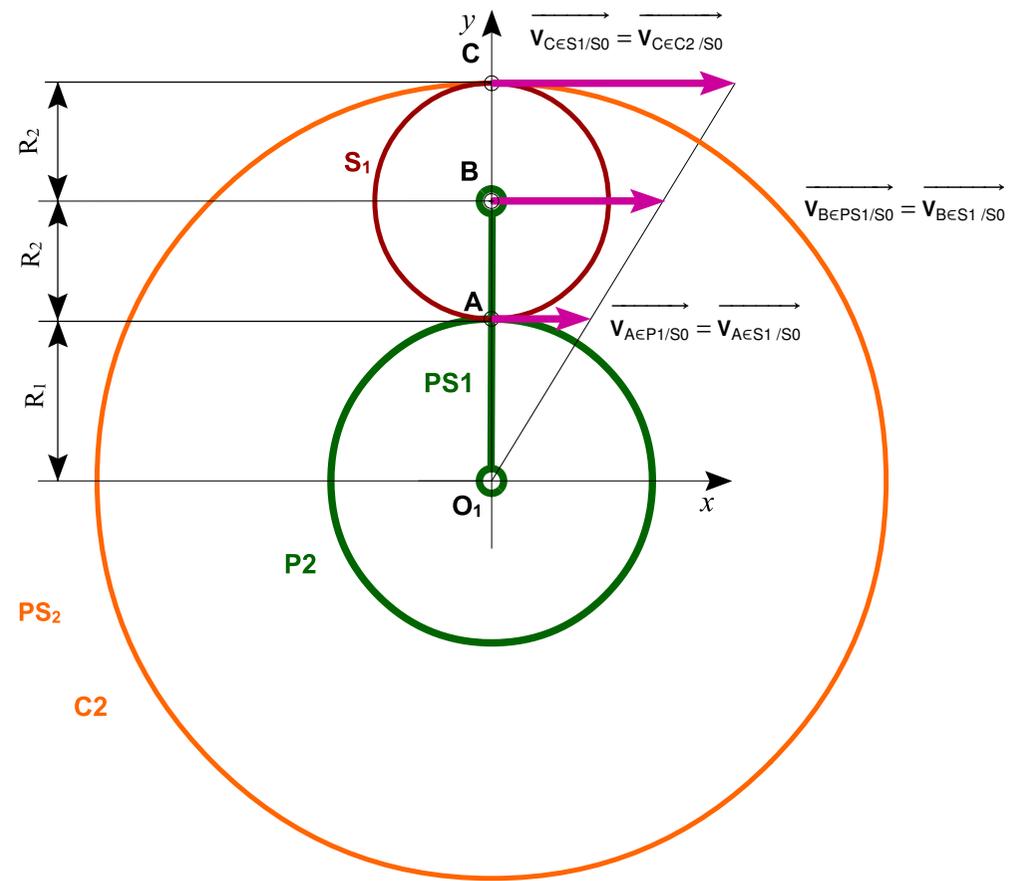


Fig. 2

Remarque

Il serait plus rigoureux de montrer ce résultat en étudiant le porte satellite **PS2**. **F** est un point appartenant à **PS1**. Sa vitesse angulaire étant ω_e on a

$$\|\vec{v}_{F \in PS1/S0}\| = \omega_e(R_3 + 2R_4)$$

et comme **F** appartient aussi à **S2**

$$\|\vec{v}_{F \in S2/S0}\| = \omega_e(R_3 + 2R_4)$$

E est un point appartenant à **PS2**. Or il a été montré précédemment que **PS2** a une vitesse angulaire ω_e . Ainsi

$$\|\vec{v}_{E \in PS2/S0}\| = \omega_e(R_3 + R_4)$$

et comme **E** appartient aussi à **S2**

$$\|\vec{v}_{E \in S2/S0}\| = \omega_e(R_3 + R_4)$$

On obtient pour le satellite **S2** le triangle des vitesses figure 3. On remarque que

$$\frac{\|\vec{v}_{F \in S2/S0}\|}{(R_3 + 2R_4)} = \frac{\|\vec{v}_{E \in S2/S0}\|}{(R_3 + R_4)} = \omega_e$$

La conséquence du théorème de Thalès est que le point O_2 est aligné avec les extrémités des vecteurs $\vec{v}_{E \in S2/S0}$ et $\vec{v}_{F \in S2/S0}$. Ainsi le satellite **S2** a pour axe de rotation l'axe $O_1 z$ et comme vitesse angulaire ω_e . D'où $\omega_s = \omega_e$ et $r_3 = 1$.

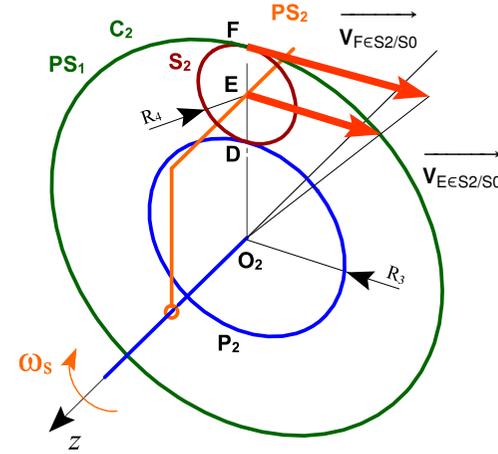


Fig. 3

CALCUL DU RAPPORT DE TRANSMISSION DE LA QUATRIÈME VITESSE

1 MISE EN SITUATION ET BILAN DES VECTEURS VITESSES CONNUS

La figure 1 donne le schéma cinématique de la transmission pour la quatrième vitesse.

L'arbre moteur est le porte satellite **PS1** qui a pour vitesse angulaire ω_e .

L'arbre de sortie est le porte satellite **PS2** qui a pour vitesse angulaire ω_s .

Le pignon planétaire **P1** est fixe.

Les calculs vont se faire pour aller du premier train épicycloïdal vers le deuxième.

2 CALCULS DES VECTEURS VITESSES DANS LE PREMIER TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

Le point **A** appartenant à **P1** on a

$$\vec{v}_{A \in P1/S0} = \vec{0}$$

et comme **A** appartient aussi au satellite **S1** (**A** est le C.I.R. du satellite **S1**)

$$\vec{v}_{A \in S1/S0} = \vec{0}$$

Le point **B** appartenant à **PS1** on a

$$\|\vec{v}_{B \in PS1/S0}\| = \omega_e (R_1 + R_2)$$

Mais **B** appartient au satellite **S1** et donc

$$\vec{v}_{B \in S1/S0} = \vec{v}_{B \in PS1/S0}$$

et

$$\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| = \omega_e (R_1 + R_2)$$

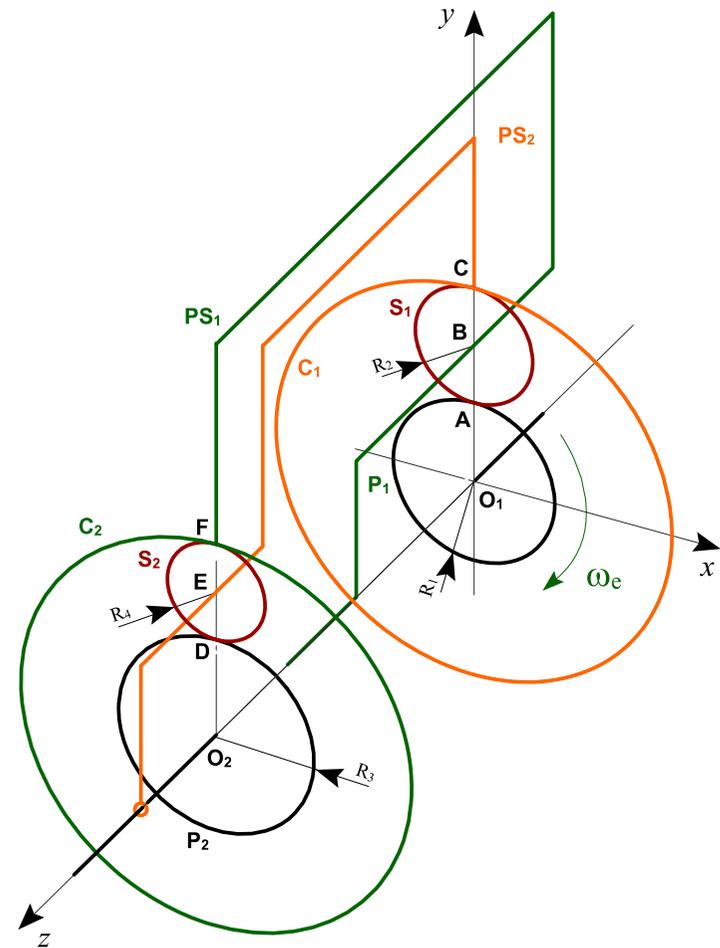


Fig. 1

La figure 2 montre la distribution des vecteurs vitesses pour le satellite **S1**. Puisque **A** est le C.I.R., que $\|\vec{v}_{B \in S1/S0}\| = \omega_e(R_1 + R_2)$, et que **C** appartient à **S1**, on a la relation qui suit

$$\|\vec{v}_{C \in S1/S0}\| = 2\omega_e(R_1 + R_2) \quad (7)$$

Comme le point **C** appartient à **PS2** on a

$$\vec{v}_{C \in PS2/S0} = \vec{v}_{C \in S1/S0}$$

et

$$\|\vec{v}_{C \in PS2/S0}\| = \|\vec{v}_{C \in S1/S0}\|$$

L'axe de rotation étant O_1z on a

$$\|\vec{v}_{C \in PS2/S0}\| = \omega_s(R_1 + 2R_2) \quad (8)$$

La figure 3 fait la synthèse entre les vecteurs d'entrée et de sortie. Ainsi avec les équations (1) et (2) on a

$$\omega_s(R_1 + 2R_2) = 2\omega_e(R_1 + R_2)$$

Le rapport de transmission r_4 est alors

$$r_4 = \frac{2(R_1 + R_2)}{R_1 + 2R_2}$$

Le rapport avec les nombres de dents est

$$r_4 = \frac{2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2}$$

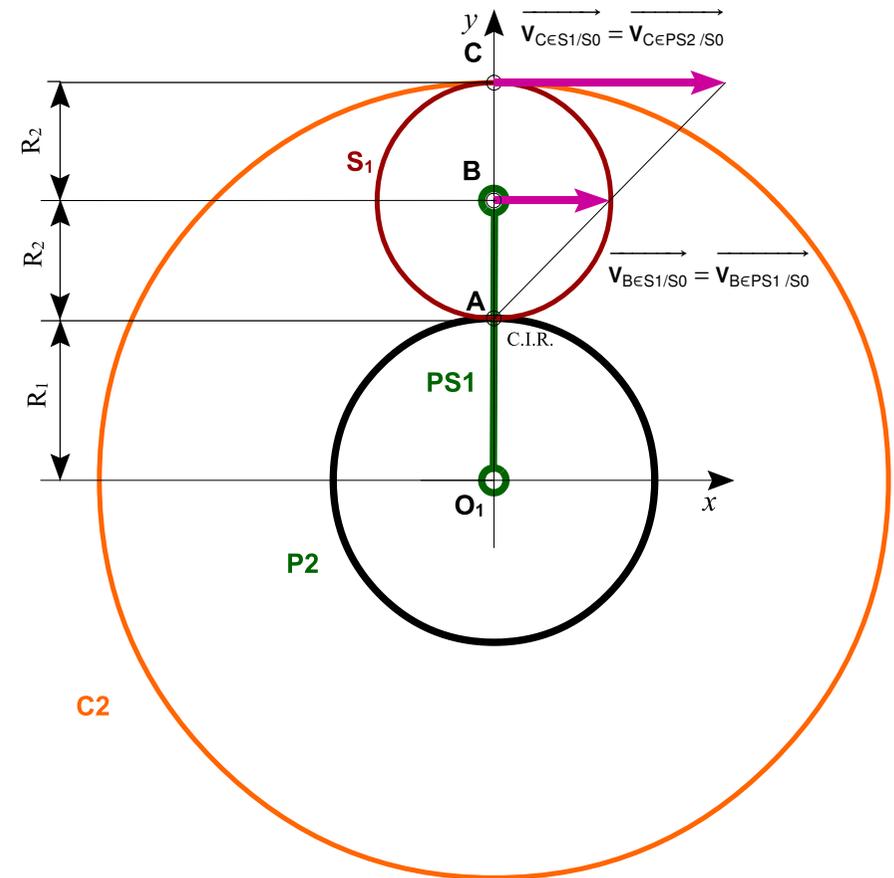


Fig. 2

Application numérique

$$r_4 = \frac{2(33+24)}{33+248}$$

$$= \frac{2(33+24)}{33+248} = \frac{9}{33+48}$$

$$\approx 1,4074$$

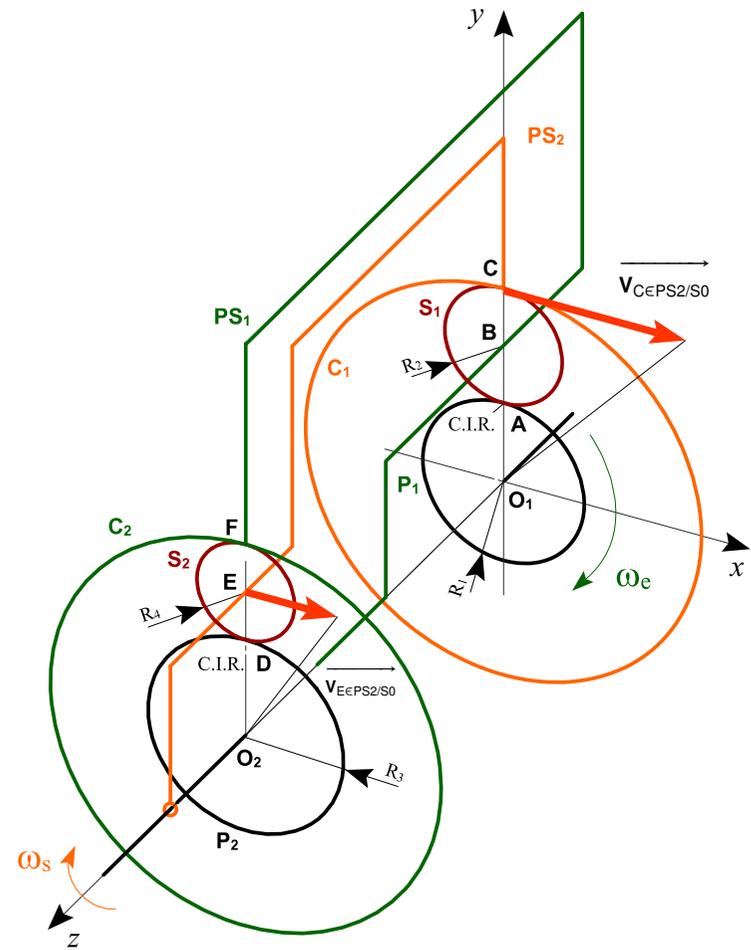


Fig. 3

CALCUL DU RAPPORT DE TRANSMISSION DE LA MARCHÉ ARRIÈRE

1 MISE EN SITUATION ET BILAN DES VECTEURS VITESSES CONNUS

La figure 1 donne le schéma cinématique de la transmission pour la marche arrière.

Le pignon moteur en entrée est **P1** avec une vitesse angulaire ω_e .

L'arbre de sortie est **PS2** avec une vitesse angulaire ω_s .

Le pignon fixe est **C2**, soit encore **PS2**. Tous les autres sont mobiles.

2 CALCULS DES VECTEURS VITESSES DANS LE PREMIER TRAIN

La figure 2 montre le premier train. Le point **B** appartenant à **PS1** et à **S1** est fixe d'où

$$\vec{v}_{B \in PS1/S0} = \vec{0}$$

et

$$\vec{v}_{B \in S1/S0} = \vec{0}$$

Le point **A** appartenant à **P1** on a

$$\|\vec{v}_{A \in P1/S0}\| = \omega_e R_1$$

et **A** appartenant aussi à **S1** induit

$$\vec{v}_{A \in P1/S0} = \vec{v}_{A \in PS1/S0}$$

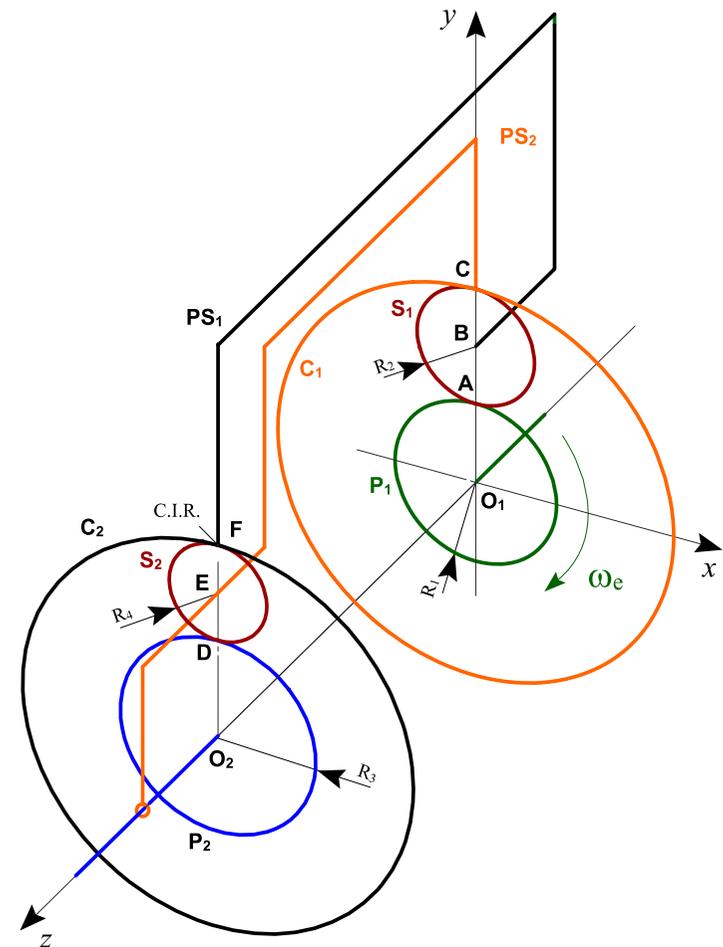


Fig. 1

finalement

$$\|\vec{v}_{A \in S1/S0}\| = \omega_e R_1$$

Le point **B** appartenant à **S1** est fixe, alors l'axe de rotation est **Bz**. En conséquence le vecteur vitesse du point **C** est

$$\vec{v}_{C \in S1/S0} = -\vec{v}_{A \in S1/S0}$$

Comme **C** appartient à **PS2** on a

$$\vec{v}_{C \in PS2/S0} = -\vec{v}_{A \in S1/S0}$$

Ce qui montre que l'arbre de sortie tourne en sens inverse de l'arbre de d'entrée. D'autre part

$$\|\vec{v}_{C \in PS2/S0}\| = \|\vec{v}_{A \in S1/S0}\| \quad (9)$$

$$= \omega_e R_1 \quad (10)$$

La figure 2 montre que

$$\|\vec{v}_{C \in PS2/S0}\| = \omega_s (R_1 + 2R_2)$$

Ainsi

$$\omega_s R_1 = \omega_e (R_1 + 2R_2)$$

Le rapport de transmission est

$$\frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{R_1}{R_1 + 2R_2}$$

Pour montrer que l'on a un rapport de transmission où les arbres d'entrée et de sortie tournent en sens inverse, on attribue à ce rapport un signe négatif. Si on note r_{MA} le rapport de transmission de la marche arrière on a

$$r_{MA} = -\frac{R_1}{R_1 + 2R_2}$$

Soit avec les nombres de dents

$$r_{MA} = -\frac{Z_1}{Z_1 + 2Z_2}$$

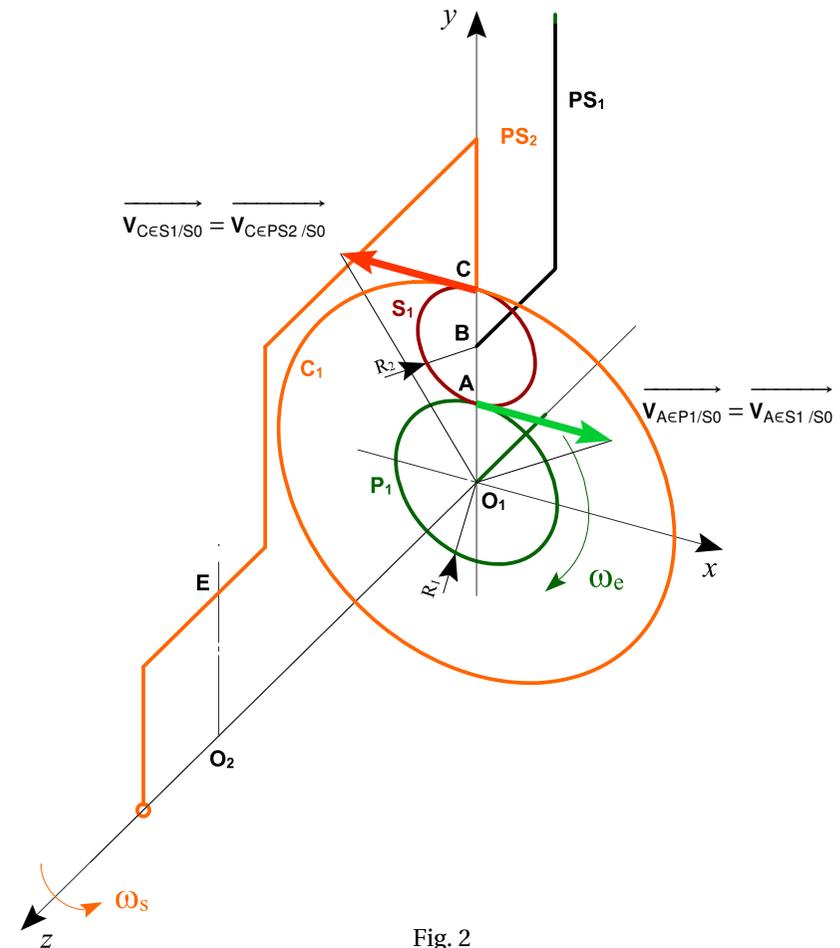


Fig. 2

Application numérique

$$\begin{aligned}r_{MA} &= -\frac{33}{33+48} \\ &= -\frac{11}{27} \\ &\approx -0,4074\end{aligned}$$